ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Целью вступительного экзамена является определение уровня знаний и мотивации к обучению поступающих в докторантуру для выявления наиболее подготовленных претендентов.

Задачи вступительного экзамена:

- выявление компетенций претендентов в вопросах образовательных программ;
- выявление мотивации к обучению и дальнейшей профессиональной деятельности;
- выявление подготовленности будущего докторанта к самостоятельной научной, преподавательской и инновационной деятельности в процессе обучения в докторантуре.

Вступительный экзамен в докторантуру проводиться в компьютерном формате состоит из:

- написания эссе;
- теста на готовность к обучению в докторантуре;
- ответов на экзаменационные вопросы по профилю группы образовательной программы.

На вступительный экзамен в докторантуру по группе образовательных программ D092-Математика и статистика выносятся следующие вопросы экзаменационных билетов.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ПО ГРУППЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ D092-МАТЕМАТИКА И СТАТИСТИКА

1. Принцип вложенных отрезков.
2. Монотонные последовательности. Теорема о существовании предела.Число е как предел монотонных последовательностей.
3. Определения предела функции в терминах окрестностей и последовательностей и эквивалентность. Два замечательных ИХ предела.
4. Непрерывность функции одной переменной в точке, точки разрыва и их классификации. Свойство ограниченности функции, непрерывной на отрезке.
5. Равномерная непрерывность функции на отрезке. Теорема Кантора.
6. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
7. Правило Лопиталя в предельных переходах.
8. Критерий интегрируемости функции по Риману терминах множества точек разрыва. Классы интегрируемых функций.
9. Первообразные. Теорема о существовании первообразной у каждой непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Определенный интеграл переменным верхним пределом. Непрерывность. Дифференцируемость.
11. Несобственные интегралы первого и второго рода.
12. Формула Тейлора. Разложение функций в степенной ряд. Разложение sin x cos x.
13. Дифференцируемость в точке функции многих переменных. Достаточные условия дифференцируемости.
14. Достаточные условия равенства смешанных производных функций многих переменных.
15. Определение, существование, непрерывность и дифференцируемость неявной функции.
16. Условия существования поверхностных интегралов.
17. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда.
18. Положительные ряды. Сходимость. Признак Коши положительных рядов.
19. Признак Даламбера сходимости положительных рядов.
20. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница.
21. Структура области сходимости произвольного функционального ряда. Структура области сходимости степенного ряда. Формула Коши Адамара. Радиус сходимости.
22. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда
23. Предельный переход в функциональных рядах.

24. Почленное дифференцирование функционального ряда.
25. Почленное интегрирование функционального ряда.
26. Кольцо вычетов по модулю n. Поле$^{Z}{}_{p}$
27. Делимость в кольце, обратимые элементы кольца.
28. Подкольца, идеалы. Простые и максимальные идеалы. Делители нуля.
29. Фактор-кольцо. Теорема о гомоморфизмах колец.
30. Конечномерные векторные пространства. Аксиоматика и примеры. Базис. Размерность.
31. Подпространства векторного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Фактор-пространство.
32. Изоморфизм векторных пространств.
33. Изоморфизм унитарных пространств.
34. Подпространства евклидова пространства, ортогональные дополнения.
35. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Теоремы о гомоморфизмах групп.
36. Группы подстановок. Теорема Кэли.
37. Многочлены от одной переменной. Поле разложения многочлена.
38. Поле рациональных дробей.
39. Связь между матрицами конечномерного линейного оператора в различных базисах.
40. Жорданова форма линейного оператора в конечномерных пространствах.
41. Самосопряженные линейные операторы. Определение. Основные свойства.
42. Унитарные и ортогональные операторы в евклидовых пространствах.
43. Закон инерции для квадратичных форм.
44. Критерий Сильвестра.
45. Изучение поверхностей второго порядка ПО каноническим уравнениям.
46. Аффинные и евклидовы многомерные пространства.
47. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.
48. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.
49. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) n-го порядка. Общие свойства. Фундаментальная система решений однородного ОДУ. Вронскиан. Общее решение однородного ОДУ.

50. Однородные линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами n-го порядка. Построение фундаментальной системы решений.

51. Неоднородные линейные обыкновенные дифференциальные уравнения n-го порядка. Общее решение. Метод Лагранжа вариации постоянных.

52. Однородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Фундаментальная система решений. Структура общего решения однородной системы ОДУ.

53. Неоднородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Лагранжа вариации постоянных.

54. Постановка краевых задач для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Теоремы сравнения.

55. Функция Грина И ее явные представления. Интегральное представление решения краевой задачи. Теорема существования и единственности решения краевой задачи.

56. Основные уравнения математической физики, постановка для них задачи Коши и краевых задач. Корректность постановки задачи. Пример Адамара.

57. Классификация уравнений с частными производными и приведение их к каноническому виду. Понятие характеристики.

58. Уравнение Лапласа. Фундаментальное решение. Теоремы единственности решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.

59. Функция Грина для уравнения Лапласа и ее свойства. Функция Грина для круга. Формула Пуассона. Некоторые следствия из формулы Пуассона (неравенство Гарнака, теоремы Лиувилля и Гарнака).

60. Решение смешанной краевой задач для уравнения колебаний струны методом Фурье. Задача о собственных значениях и собственных функциях.

61. Решение начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности методом Фурье. Собственные значения, собственные функции и их свойства.

62. Решение задачи Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.

63. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона.

64. Метрические пространства. Множества всюду плотные и нигде не плотные.

65. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах.

66. Компактные множества в метрическом пространстве. Теорema Хаусдорфа.

67. Гильбертовы пространства, пространства 12 и L2 (a, b). Изоморфизм гильбертовых пространств.

68. Теорема Хана - Банаха о продолжении линейного функционала.

69. Линейные операторы В Непрерывность и ограниченность в Нормированных пространствах.

70. Общий вид линейных функционалов в гильбертовом пространстве (теорема Рисса).

71. Теорема Рисса-Фишера.

72. Разложение функции в ряд Фурье по ортонормированной системе. Неравенство Бесселя.

73. Полнота ортонормированной системы в евклидовом пространстве. Критерий полноты.

74. Ортогональный дополнения в гильбертовом пространстве. Теорема о разложении.

75. Принцип сжимающих отображений и его применения.

76. Общие основные понятия о дифференциальных уравнения

77. Решение системы линейных неоднородных уравнений. Метод вариации константы.

78. Характерная система. Задача Коши и ее решение. Общее представление о дифференциальных уравнениях высшего порядка.

79. Уравнение для разностного дифференциала. Дифференциальные уравнения с переменным током

80. Свойства решения системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решения.

81. Характеристическое уравнение. Метод Эйлера.

82. Общее понятие о дифференциальных уравнениях. Нормальная система.

83. Линейные дифференциальные уравнения п-го порядка. Отчет Коши.

84. Однородные дифференциальные уравнения относительно x, y и приводимые к ним дифференциальные уравнения.

85. Линейные однородные дифференциальные уравнения и приводимые к ним дифференциальные уравнения (Риккати, Бернулли). Метод вариации константы.

86. Полное дифференциальное уравнение. Интегральный множитель.

87. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянным коэффициентом верхнего порядка

88. Неоднородные дифференциальные уравнения с постоянным коэффициентом высшего порядка.

89. Решение неоднородных дифференциальных уравнений методом неизвестных коэффициентов.

90. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения верхнего порядка. Метод вариации константы.

91. Уравнения, порядок которых можно уменьшить.

92. Линейные уравнения верхнего порядка. Система фундаментальных решений. Структура общего решения линейного однородного уравнения.

93. Формула Остроградского-Лиувилля.

94. Неразрешенные дифференциальные уравнения относительно производной. Способ ввода параметра. Лагранж. Уравнения Клеро.

95. Различные дифференциальные уравнения I порядка. задачи, в которых приводятся дифференциальные уравнения.1. Решение линейных дифференциальных уравнений 2 порядка с помощью степенного ряда.

96. Периодические решения дифференциальных уравнений.

97. Общее представление об элементах теории устойчивости.

98. Виды особых (точка покоя) точек системы линейных дифференциальных уравнений.

99. Уравнение Эйлера.

100. Неразрешенные дифференциальные уравнения относительно производной. Способ ввода параметра. Лагранж. Уравнения Клеро.

101. Числовые последовательности. Верхний и нижний пределы. Теорема Больцано-Вейерштрасса и критерий Коши для числовых последовательностей.

102. Предел функций, непрерывность и равномерная непрерывность функций. Теорема Вейерштрасса о равномерной непрерывной на замкнутом отрезке.

103. Производная и дифференциал функции одной переменной. Связь между ними. Инвариантность формы первого дифференциала.

104. Понятие обратной функции и постановка вопроса. Доказать простейший вариант теоремы существования обратной функции. Дифференцирование обратной функции одной переменной, производные обратных тригонометрических функций.

105. Функция многих переменных. Кратный и повторные пределы. Связь между ними. Частные производные. Дифференциал функции многих переменных. Дифференцируемость функций многих переменных. Дифференцирование сложной функции многих переменных.

106. Понятие неявной функции и постановка вопроса. Общая теорема о неявной и обратной функций.

107. Якобиан. Замена переменных в кратном интеграле. Формула Грина для двукратного интеграла.

108. Поверхностные интегралы. Основные теоремы интегрального исчисления.

109. Метрическое, линейное нормированное, банахово и гильбертовопространства. Примеры метрического, нормированного, банахова и гильбертова пространств.

110. Последовательности и свойствасходящихся последовательностей в метрических и линейных нормированных пространствах.

111. Непрерывные отображения в метрическом пространстве.Непрерывность и компактность в метрических пространствах. Принцип сжимающих отображений в метрическом пространстве.

112. Общий вид линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.Теорема Рисса.

113. Измеримые множества и их свойства. Измеримые функции и их свойства.

114. Интеграл Лебега.Различие между интегралами Лебега и Римана. Пространства $Lp(\Omega)$ и их свойства.

115. Линейные операторы в банаховых и гильбертовых пространствах. Ограниченные операторы, неограниченные операторы, замкнутые операторы. Норма оператора.

116. Общее вероятностное пространство. Классическое и геометрическое определение вероятностей. Условная вероятность. Формула произведения вероятностей. Независимые события, независимые испытания. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

117. Случайные величины. Законы распределения случайных величин. Математическое ожидание случайных величин. Дисперсия. Повторные независимые испытания. Формулы Бернулли.

118. Общее определение случайного процесса и конечномерные распределения случайного процесса.

119. Винеровский процесс. Конечномерные распределения винеровского процесса и характеризационное свойство винеровского процесса.

120. Корреляционная функция случайного процесса. Свойства.

121. Понятия алгебраической структуры. Гомоморфизмы и изомерфизмы алгебраической структур. Группа автоморфизмов алгебраической структур. Примеры.

122. Полугруппы. Моноиды. Обратимые элементы. Группы. Циклические группы.

123. Изоморфизмы. Теорема Кэли. Гомоморфизмы. Ядро и образ гомоморфизма. Связь с нормальными подгруппами.

124. Смежные классы. Индексы. Теорема Лагранжа и ее следствия.

125. Кольцо. Делители нуля. Сравнения. Кольцо классов вычетов. Гомоморфизмы колец.

126. Поле. Характеристика поля. Конечные поля. Построение поля Галуа.

127. Отношения. Отношения эквивалентности, свойства классов эквивалентности. Отношение частичного порядка. Линейный порядок. Наименьший, наибольший, минимальный и максимальный элементы. Доказать, что в конечном частично упорядоченном множестве всегда есть минимальный элемент.

128. Принцип Дирихле. Формула включения и исключения. Число элементов в декартовом произведении конечного числа конечных множеств.

129. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных систем уравнений первого порядка.

130. Однородное линейное обыкновенное дифференциальное уравнение n-го порядка с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Неоднородное линейноеобыкновенноедифференциальное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами. Системы однородных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, свойства решений. Формула Остроградского-Лиувилля.

131. Постановка краевых задач для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Задача Штурма-Лиувилля. Теоремы существования и единственности решения Штурма-Лиувилля. Существование собственных значений краевых задач для линейного обыкновенного дифференциального уравнения.

132. Определение функции Грина для задачи Штурма-Лиувилля и ее существование. Решение краевых задач для обыкновенного дифференциального уравнения с помощью функции Грина.

133. Неоднородные системы линейных дифференциальных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных (Метод Лагранжа).

134. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка в случае многих переменных.

135. Задача Коши для уравнения параболического типа. Фундаментальное решение оператора теплопроводности. Объемный тепловой потенциал, поверхностный тепловой потенциал и их основные свойства.

136. Задача Коши для уравнения гиперболического типа. Понятие характеристики для уравнения гиперболического типа. Метод продолжения.

137. Постановка и основные методы решения краевых задач для уравнения эллиптического типа. Пример Адамара о некорректности задачи Коши для уравнения Лапласа.

138. Метод разделения переменных. Общая схема метода Фурье. Задача на собственные значения и собственные функции для оператора Штурма-Лиувилля.

139. Метод Фурье для решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов.

140. Цилиндрические функции. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя.

141. Законы распределения дискретных случайных величин. Законы распределения непрерывной случайной величиныи ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величиныи ее свойства

142. Вероятность непрерывной случайной величины, распределенной по нормальному закону.

143. Числовые характеристики дискретных случайных величин и их свойства. Числовые характеристики непрерывных случайных величин и их свойства

144. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева

145. Центральная предельная теорема.

146. Элементы математической статистики.

147. Вариационный ряд.

148. Мода. Медиана.

149. Дисперсия и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение и ее свойства.

150. Биномиальный закон распределения.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. Основы математического анализа. Часть I. М. : «Наука» 1982.
2. В.А. Зорич, Математический анализ, Часть I, II. 2017г.
3. А.И. Кострикин. Введение в алгебру. Часть I. (Основы алгебры). М.: Физматлит, 2001.
4. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. Линейная алгебра. М.: «Наука» 1984.
5. С.А. Бадаев. Сызықтық алгебра жәнеаналитикалық геометрия. Том 2: Сызықтық алгебра. Алматы: «Издательство LEM» ЖШС, 2014.
6. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: Учебник для вузов. 2-е изд. - М.: Физматлит, 2003.
7. Сүлейменов Ж. Дифференциалдық теңдеулер курсы, Оқулық. Алматы, Қазақ университеті, 2009.
8. Қадыкенов Б.М. Дифференциалдық теңдеулердің есептері мен
9. жаттығулары. Алматы, 2002.
10. Н.М.Матвеев. Методы интегрироваия обыкновенных дифференциальные уравнений» 4-е изд .Минск: «Высшая школа». 1974.

11. Л.Э.Эльсгольц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука. 1969.

12. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., 1974.

13. А.И. Кострикин. Введение в алгебру. Часть I. (Основы алгебры). М.: Физматлит, 2001.

14. Садовничий В.А. Теория операторов. -М.”Высшая школа”, 2000.

15. Колмогоров А.Н., Фомин С.В., Элементы теории функций и функционального анализа,-М.:Наука,1989.

16. Треногин В.А. Функциональный анализ.- М.:Наука,1967.

17. Наурызбаев Қ.Ж., Нақты анализ, Алматы, “Қазақ университеті”, 2004.

18. Севастьянов Б.А. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: «Наука», 1982.

19. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.– М.: Наука, 1983.

20. Н.Ш. Кремер. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: “ЮНИТИ”, 2000. 544 с.

21. Л.Э.Эльсгольц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука. 1969.

22. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., 1974.

23. Ахметқалиев Е. Математикалық талдау. Алматы, РБҚ, 1997.

24. Темиргалиев Н.Т., Математикалық анализ, т. I-III, 1987,1991 ж.ж.

25. Колмогоров А.Н., Фомин С.В., Элементы теории функций и функционального анализа,-М.:Наука, 1989г.

26. Люстерник Л.А.,Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа.- М.:”Высшая школа”,1982

27. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей и математическая статистика. – М.: Изд. МГУ, 2006.

28. Н.Ақанбай. Ықтималдықтар теориясының есептері мен жаттығуларының жинағы (3-бөлім). Алматы.: «Қазақ университеті», 2007.